

Rozdział 12

1. Silnik Carnota z gazem doskonałym

1.1. Sprawność silnika Carnota z gazem doskonałym

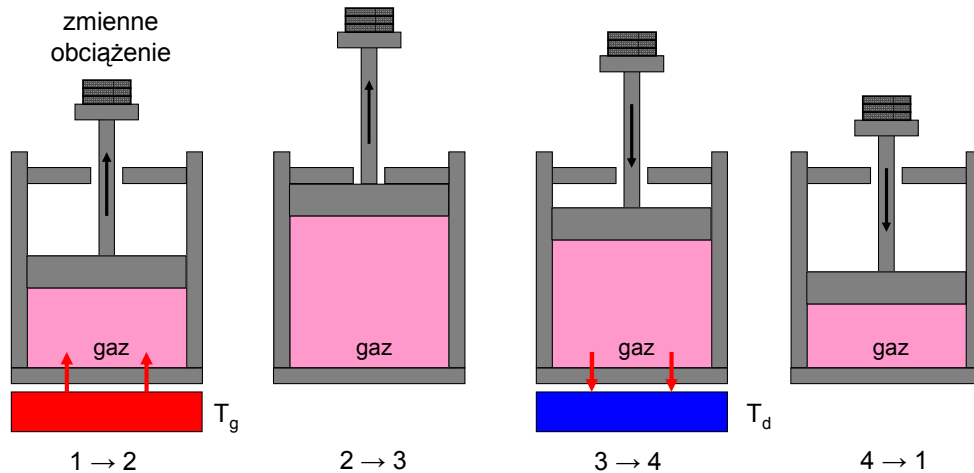
1.2. Współczynnik wydajności chłodziarki i pompy ciepłej Carnota z gazem doskonałym

2. Równoważność skali temperatury termodynamicznej i skali temperatury gazu doskonałego; bezwzględna skala temperatur

1. Silnik Carnota z gazem doskonałym

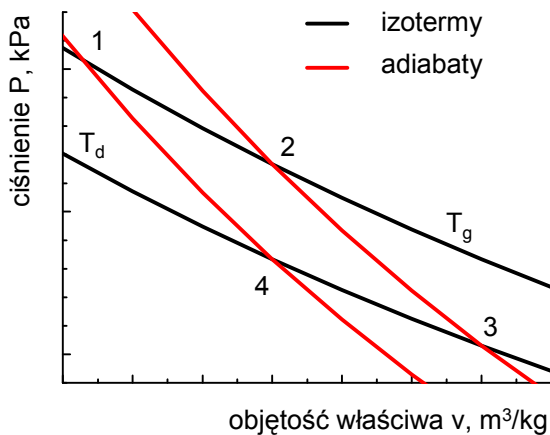
N.L. Sadi Carnot 1824

Rozważmy silnik Carnota, w którym substancją roboczą jest gaz doskonały. Jest to silnik odwracalny, bez tarcia, strat, obowiązuje równanie stanu gazu doskonałego. Wyidealizowaną realizację takiego silnika oraz zachodzące w nim przemiany pokazano na Rys. 12.1.



Rys. 12.1. Realizacja silnika Carnota z gazem doskonałym.

Przemiany w obiegu Carnota z gazem doskonałym pokazano na Rys. 12.1 i 12.2.



Rys. 12.2. Przemiany tworzące obieg Carnota w silniku z gazem doskonałym na diagramie P-v.

Przemiany tworzące obieg Carnota w silniku Carnota z gazem doskonałym:

1 → 2. Izotermiczne rozprężanie gazu. Gaz pobiera ciepło Q_g ze źródła górnego utrzymując stałą temperaturę T_g i wykonuje pracę przesuwając tłok.

suwając tłok.

2 → 3. Adiabaticzne rozprężanie gazu. Gaz wykonuje pracę kosztem energii wewnętrznej gazu. Temperatura spada do T_d .

3 → 4. Izotermiczne sprężanie gazu kosztem pracy zewnętrznej. Nadwyżka ciepła (temperatura jest stała i wynosi T_d) jest odprowadzana do źródła dolnego.

4 → 1. Adiabaticzne sprężanie gazu kosztem pracy zewnętrznej. Temperatura gazu rośnie do T_g , rośnie też energia wewnętrzna gazu.

Silnik wykonuje pracę przesuwając tłok podczas przemiany 1 → 3 via 2. Otoczenie wykonuje pracę sprężając gaz w komorze roboczej podczas przemiany 3 → 1 via 4. Praca użyteczna jest równa polu powierzchni 12341.

Silnik pobiera ciepło Q_g podczas przemiany $1 \rightarrow 2$ i oddaje ciepło Q_d podczas przemiany $3 \rightarrow 4$.

Ponieważ podczas przemiany izotermicznej energia wewnętrzna gazu doskonałego nie zmienia się, z I zasady mamy:

$$\Delta U = Q - W = 0$$

$$Q = W$$

Z kolei praca zewnętrzna jest w tym przypadku pracą objętościową:

$$W = \int P dV.$$

W konsekwencji mamy:

$$\begin{aligned} Q_g &= \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{NkT_g}{V} dV = NkT_g \ln \frac{V_2}{V_1} \\ Q_d &= \int_{V_4}^{V_3} P dV = \int_{V_4}^{V_3} \frac{NkT_d}{V} dV = NkT_d \ln \frac{V_3}{V_4} \end{aligned} \quad (1)$$

a ponieważ sprawność silnika cieplnego (z I zasady):

$$\eta = \frac{W}{Q_g} = \frac{Q_g - Q_d}{Q_g} = 1 - \frac{Q_d}{Q_g}$$

zależy tylko od stosunku Q_d/Q_g musimy znaleźć związki łączące objętości V_1 , V_2 , V_3 i V_4 .
Ponieważ dla przemiany adiabatycznej:

$$PV^\gamma = \text{const};$$

gdzie γ to C_p/C_v , mamy także:

$$\frac{NkT}{V} V^\gamma = \text{const}; \quad \text{czyli} \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

a więc:

$$T_g V_2^{\gamma-1} = T_d V_3^{\gamma-1}$$

$$T_g V_1^{\gamma-1} = T_d V_4^{\gamma-1}$$

Po podzieleniu stronami:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

Po podstawieniu do (1) otrzymamy

$$Q_g = NkT_g \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_d = NkT_d \ln \frac{V_2}{V_1},$$

a więc, po podzieleniu stronami mamy:

$$\frac{Q_d}{Q_g} = \frac{T_d}{T_g} \Rightarrow Q_d = Q_g \frac{T_d}{T_g} \quad (2)$$

1.1. Sprawność silnika Carnota z gazem doskonałym

Sprawność silnika Carnota z gazem doskonałym będzie, po wykorzystaniu otrzymanej zależności (2):

$$\eta = \frac{W}{Q_g} = \frac{Q_g - Q_d}{Q_g} = 1 - \frac{Q_d}{Q_g} = 1 - \frac{T_d}{T_g} = \frac{T_g - T_d}{T_g}, \quad (3)$$

gdzie T_g jest temperaturą górnego źródła ciepła (grzejnika), a T_d temperaturą dolnego źródła ciepła (chłodnicy).

Związek pomiędzy Q_g i Q_d , podobnie jak wzór na sprawność, musi być słuszny dla każdego silnika odwracalnego:

$$\frac{Q_d}{Q_g} = \frac{T_d}{T_g}.$$

Jest to ten sam związek, który otrzymaliśmy z rozważań nad silnikami odwracalnymi.

1.2. Współczynnik wydajności chłodziarki i pompy ciepłej Carnota z gazem doskonałym

Korzystając ze wzorów (3) i (4) możemy podać współczynniki wydajności chłodziarki i pompy ciepłej pracującej w obiegu Carnota z gazem doskonałym.

Współczynnik wydajności chłodziarki:

$$\beta = \frac{Q_d}{W} = \frac{Q_d}{Q_g - Q_d} = \frac{T_d}{T_g - T_d}$$

Współczynnik wydajności pompy ciepłej

$$\beta' = \frac{Q_g}{W} = \frac{Q_g}{Q_g - Q_d} = \frac{T_g}{T_g - T_d}$$

Związek pomiędzy współczynnikami wydajności chłodziarki i pompy ciepłej:

$$\beta = \frac{1}{\frac{\beta'}{\beta' - 1} - 1} = \frac{1}{\frac{\beta' - \beta' + 1}{\beta' - 1}} = \beta' - 1.$$

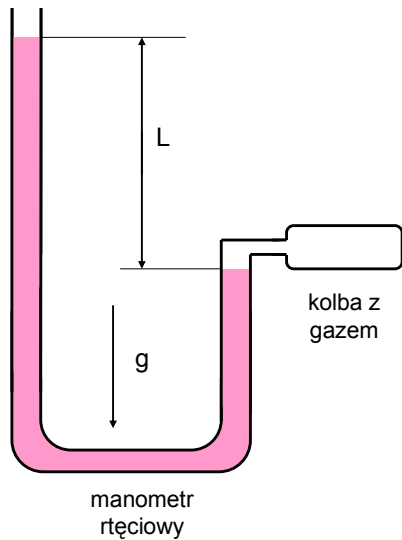
Wszystkie podane wyżej wzory są identyczne z wzorami, które otrzymaliśmy wcześniej.

2. Równoważność skali temperatury termodynamicznej i skali temperatury gazu doskonałego; bezwzględna skala temperatury

Definicję skali temperatury gazu doskonałego oparto na równaniu stanu gazu doskonałego, które jest spełnione przez wszystkie gazy w granicy niskiego ciśnienia:

$$PV = n\bar{R}T. \quad (5)$$

Równanie to stanowi podstawę działania termometru gazowego, pokazanego na Rys. 12.3.



Rys. 12.3. Termometr gazowy. W kolbie znajduje się pewna ilość gazu o stałej objętości. Mierząc przy pomocy dołączonego manometru rtęciowego ciśnienie gazu w kolbie termometru, możemy wyznaczyć jego temperaturę, a więc także temperaturę ciała, które jest z gazem w równowadze termicznej (stosując np. zbiorniczek z cieczą w której zanurzamy kolbę z gazem).

Jeśli założymy, że gaz zajmuje stałą objętość (w tym celu manipulujemy odpowiednio niepokazanym, dodatkowym zbiorniczkiem manometru rtęciowego), to z równania (5) mamy:

$$T = C \cdot P$$

gdzie T jest temperaturą zbiornika z cieczą lub substancją, której temperaturę chcemy zmierzyć i która jest w równowadze termicznej z kolbą z gazem termometru. P jest ciśnieniem gazu w kolbie termometru, które mierzymy przy pomocy manometru rtęciowego.

Do cechowania termometru użyjemy punktu potrójnego (zbiornik z wodą, lodem i parą wodną w równowadze termodynamicznej, $T_3 = 0,01^\circ\text{C}$ ciśnienie wewnątrz zbiornika $611,73\text{ Pa}$, bez dostępu powietrza atmosferycznego). Mamy wówczas:

$$273,16\text{ K} = C \cdot P_3$$

gdzie P_3 jest ciśnieniem gazu w kolbie termometru w kontakcie ze zbiornikiem o temperaturze punktu potrójnego (ciśnienie P_3 nie jest równe $611,73\text{ Pa}$ i mierzymy je przy pomocy manometru rtęciowego tak jak P).

Temperaturę T możemy wówczas wyznaczyć ze wzoru:

$$T = T_3 \cdot \left(\frac{P}{P_3} \right) = (273,16\text{ K}) \cdot \left(\frac{P}{P_3} \right).$$

Wyznaczona w ten sposób temperatura T jest temperaturą mierzonej substancji i gazu doskonałego w kolbie, który jest z nią w równowadze termicznej. Interpretacja tak zmierzonej temperatury wynika z równania:

$$PV = n \frac{2}{3} N_A \frac{mv_{\text{sr.kw.}}^2}{2}$$

otrzymanego z teorii kinetyczno – molekularnej gazu doskonałego.

Zgodność tego wyrażenia z równaniem stanu gazu doskonałego wymaga, by

$$E_{\text{k,sr.}} = \frac{mv_{\text{sr.kw.}}^2}{2} = \frac{3}{2} \frac{\bar{R}T}{N_A} = \frac{3}{2} kT$$

co daje fizyczną interpretację temperatury jako miary średniej energii kinetycznej ruchu postępowego cząsteczek gazu doskonałego.

Równoważność skali temperatury gazu doskonałego i temperatury termodynamicznej, wynika z identyczności wzorów na wydajność silnika odwracalnego:

$$\eta = 1 - \frac{T_d^t}{T_g^t}$$

gdzie T^t to temperatura termodynamiczna, i silnika odwracalnego z gazem doskonałym:

$$\eta = 1 - \frac{T_d}{T_g}$$

gdzie T to temperatura gazu doskonałego.

Z porównania obu wzorów widać, że

$$T^t = T.$$

Obie skale, termodynamiczna i gazu doskonałego, są równoważne i definiują w różny sposób tę samą skalę, bezwzględną skalę temperatur.

SPRAWDZIAN 1

Trzy silniki Carnota współpracują ze zbiornikami cieplnymi o temperaturach: a) 400 i 500 K, b) 600 i 800 K, c) 400 i 600 K. Uszereguj te silniki według ich sprawności, zaczynając od największej wartości.

Zadanie 1

Silnik Carnota pracuje ze zbiornikami ciepła o temperaturach $T_1 = 850$ K i $T_2 = 300$ K. W każdym cyklu, który trwa 0,25 s, silnik wykonuje pracę równą 1200 J.

- Ile wynosi sprawność tego silnika?
- Ile wynosi średnia moc tego silnika?
- Ile ciepła Q_1 jest pobierane w każdym cyklu ze zbiornika o wyższej temperaturze?
- Jaka energia Q_2 jest odprowadzana w każdym cyklu do zbiornika o niższej temperaturze?

SPRAWDZIAN 2

Chcemy zwiększyć współczynnik wydajności chłodziarki. Czy możemy to osiągnąć: a) podnosząc nieco temperaturę komory chłodniczej, b) obniżając nieco temperaturę komory chłodniczej, c) przenosząc chłodziarkę do cieplejszego pomieszczenia, d) przenosząc chłodziarkę do chłodniejszego pomieszczenia?

Założmy, że każda z tych operacji wiąże się z taką samą bezwzględną zmianą temperatury. Uszereguj te operacje według współczynnika wydajności, zaczynając od jego największej wartości.

Zadanie 2

Silnik elektryczny napędza pompę ciepłą, która przekazuje ciepło z zewnątrz budynku, gdzie panuje temperatura -5°C , do pomieszczenia, w którym jest 17°C . Załóż, że pompa ciepła jest pompą ciepłą Carnota (pracuje w cyklu odwrotnym Carnota). Ile dżuli ciepła doprowadzonego do pokoju przypada na każdy dżul zużytej energii elektrycznej?